УДК 629.7.05

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА НА ОСНОВІ ЧОТИРЬОХЧАСТОТНОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ КВАТЕРНІОНА ОРІЄНТАЦІЇ

<u>І.О. ГОМОЗКОВА</u>[1], Ю.А. ПЛАКСІЙ[2]

[1] аспірант кафедри Комп' ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», Харків, УКРАЇНА

*[2] професор кафедри Комп' ютерного моделювання процесів та систем, канд. техн. наук, НТУ «ХПІ», Харків, УКРАЇНА, *email: arinhomozkova@gmail.com.*

Поточна орієнтація рухомого об'єкта в системі безплатформеного управління (БУ) обчислюється за допомогою спеціальних алгоритмів визначення кватерніонів, які використовують первинну інформацію про обертання рухомого об'єкта на такті обчислень $[t_{n-1}, t_n]$, що поступає з вимірювачів кутової швидкості у вигляді квазікоординат:

$$\theta_{ni}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i(t)dt, \qquad i = 1,2,3, \qquad (1)$$

де $\omega_i(t)$ – проекції вектора абсолютної кутової швидкості об'єкта $\vec{\omega}(t)$ на осі зв'язаної системи координат, θ_{ni}^* – проекції вектора позірного повороту $\vec{\theta}_n^*$.

Для відпрацювання алгоритмів на етапі проектування системи БУ прийнято застосовувати в якості тестових рухів регулярну прецесію або конічне обертання. Оскільки реальний рух об'єкта може суттєво різнитися від цих випадків обертання твердого тіла, то розробка нових моделей тестових рухів є актуальною задачею точносного аналізу алгоритмів визначення орієнтації.

В даній роботі запропоновано нову чотирьохчастотну еталонну модель обертання, для якої компоненти кватерніона орієнтації представляються суперпозицією тригонометричних функцій кутів $\varphi(t) = k_1 t$, $\psi(t) = k_2 t$, $\vartheta(t) = k_3 t$:

$$\lambda_0(t) = \cos(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) + \sin(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t);$$
$$\lambda_1(t) = \cos(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t) \cdot \cos(k_4 t) - \sin(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) \cdot \sin(k_4 t);$$
$$\lambda_2(t) = \sin(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) \cdot \cos(k_4 t) + \cos(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t) \cdot \sin(k_4 t); \qquad 2)$$
$$\lambda_3(t) = \sin(k_1 t) \cdot \cos(k_2 t) \cdot \cos(k_3 t) - \cos(k_1 t) \cdot \sin(k_2 t) \cdot \sin(k_3 t),$$

де k_1, k_2, k_3, k_4 – постійні частоти, які задаються апріорі або обчислюються на основі апроксимацій реальних рухів об'єкта. З оберненого кінематичного рівняння в кватерніонах отримано проекції вектора модельної кутової швидкості на зв'язані осі у вигляді:

$$\omega_1 = 2k_3 \cdot \cos((k_1 - k_4)t) + \frac{1}{4}(k_1 + k_4) \cdot (\cos((-k_1 + 2(k_2 + k_3) + k_4)t) - \cos((k_1 + 2(k_2 + k_3) - k_4)t) -$$
$$- \cos((k_1 - 2(k_2 - k_3) - k_4)t) + \cos((-k_1 - 2(k_2 - k_3) + k_4)t) - 2\sin((-k_1 + 2k_2 + k_4)t) -$$
$$- 2\sin((k_1 + 2k_2 - k_4)t)) + k_2(\sin((k_1 - 2k_3 - k_4)t) + \sin((k_1 + 2k_3 - k_4)t));$$

3)

$$\omega_2 = k_2(\cos((k_1 - 2k_3 - k_4)t) + \cos((k_1 + 2k_3 - k_4)t)) - 2k_3 \cdot \sin((k_1 - k_4)t) +$$
$$+0.25(k_1 + k_4)(2\cos((k_1 - 2k_2 - k_4)t) - 2\cos((k_1 + 2k_2 - k_4)t) - \sin((k_1 + 2(k_2 - k_3) - k_4)t) +$$
$$+\sin((k_1 - 2(k_2 - k_3) - k_4)t) - \sin((k_1 - 2(k_2 + k_3) - k_4)t) + \sin((k_1 + 2(k_2 + k_3) - k_4)t));$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2}(k_1 + k_4) \cdot (\cos(2(k_2 - k_3)t) + \cos(2(k_2 + k_3)t)) + (k_1 - k_4) - 2k_2 \sin(2k_3 t).$$

Аналіз траєкторій в конфігураційному просторі параметрів орієнтації, отриманих для моделі (2) при різних значеннях частот дозволяє зробити висновок, що ця модель суттєво відрізняється від моделі прецесії та конічного руху. Для реалізації тестового руху еталонну модель доповнюється аналітичними виразами для квазікоординат на основі інтегрування (3) на інтервалі часу $[0, t_n]$ в умовах, коли задані частоти k_1, k_2, k_3, k_4 і такт обчислень $\Delta T = t_n - t_{n-1}$.

Запропонована еталонна модель була застосована для оцінювання точності алгоритма визначення кватерніона орієнтації четвертого порядку, в якому в якості проміжних параметрів використано вектор орієнтації $\vec{\theta}_n$, приріст якого на такті $[t_{n-1}, t_n]$ обчислюється за алгоритмом Р.Міллера [2]:

$$\vec{\theta}_n = \vec{\theta}_n^* + \alpha(\vec{\theta}_n^1 \times \vec{\theta}_n^3) + \beta\vec{\theta}_n^2 \times (\vec{\theta}_n^3 - \vec{\theta}_n^1), \qquad (4)$$

де $\vec{\theta}_n^* = (\theta_{n1}^*, \theta_{n2}^*, \theta_{n3}^*)$, $\vec{\theta}_n^1 = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+1/3\Delta T} \vec{\omega}(t)dt$, $\vec{\theta}_n^2 = \int_{t_{n-1}+1/3\Delta T}^{t_{n-1}+2/3\Delta T} \vec{\omega}(t)dt$, $\vec{\theta}_n^3 = \int_{t_{n-1}+2/3\Delta T}^{t_{n-1}+\Delta T} \vec{\omega}(t)dt$ – вихідні сигнали гіроскопів, що формуються всередині такту обчислень в точках зйому $t_{n-1} + 1/3\Delta T$, $t_{n-1} + 2/3\Delta T$, $t_{n-1} + \Delta T$. В якості похибки алгоритму була визначена неусувна похибка орієнтації – накопичений дрейф [1]. В табл. 1 наведені кінцеві значення накопичених похибок дрейфу, отримані на інтервалі $t \in [0, 2000]$с для класичного алгоритма (4), алгоритма, оптимізованого під конічний рух при певних значеннях коефіцієнтів α, β та при $\alpha = 0$, $\beta = 9/8$.

Таблиця 1 – кінцеві значення накопиченої похибки дрейфу

Алгоритм Р. Міллера	Дрейф, рад
Класичний, при $\alpha = 33/80$, $\beta = 57/80$	$1{,}006 \cdot 10^{-3}$
Оптимізований під конічний рух, при $\alpha = 36/80$, $\beta = 54/80$	$0{,}982 \cdot 10^{-3}$
Алгоритм (4) при $\alpha = 0$, $\beta = 9/8$	$0{,}722 \cdot 10^{-3}$

Показано, що на тестовому русі, основаному на запропоновані чотирьохчастотній еталонній моделі обертання твердого тіла накопичена похибка дрейфу для алгоритма Р. Міллера із значенням коефіцієнтів $\alpha = 0$, $\beta = 9/8$ менша, ніж похибка для традиційного алгоритма, так і для оптимізованого під конічний рух алгоритма.

Список літератури

1. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука, 1973.-320 с.

2. *Miller R.B.* A new strapdown attitude algorithm. // Journal of Guidence, Control and Dynamics, Vol. 6, No 4, 1983. PP.287–291.